

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Câu I. (2 điểm)

Cho hàm số: $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$ (1), m là tham số.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.
2. Tìm m để hàm số (1) có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số (1) cách đều gốc tọa độ O .

Câu II. (2 điểm)

1. Giải phương trình: $2 \sin^2 2x + \sin 7x - 1 = \sin x$.
2. Chứng minh rằng với mọi giá trị dương của tham số m , phương trình sau có hai nghiệm thực phân biệt:

$$x^2 + 2x - 8 = \sqrt{m(x - 2)}.$$

Câu III. (2 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 14 = 0$.

1. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 3.
2. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) lớn nhất.

Câu IV. (2 điểm)

1. Cho hình phẳng H giới hạn bởi các đường: $y = x \ln x$, $y = 0$, $x = e$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình H quanh trục Ox .
2. Cho x, y, z là ba số thực dương thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{yz} \right) + y \left(\frac{y}{2} + \frac{1}{zx} \right) + z \left(\frac{z}{2} + \frac{1}{xy} \right).$$

PHẦN TỰ CHỌN (Thí sinh chỉ được chọn làm một trong hai câu: V.a hoặc V.b)

Câu V.a. Theo chương trình THPT không phân ban (2 điểm)

1. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển nhị thức Niuton của $(2 + x)^n$, biết:

$$3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - 3^{n-3} C_n^3 + \dots + (-1)^n C_n^n = 2048$$

(n là số nguyên dương, C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(2; 2)$ và các đường thẳng:

$$d_1: x + y - 2 = 0, \quad d_2: x + y - 8 = 0.$$

Tìm tọa độ các điểm B và C lần lượt thuộc d_1 và d_2 sao cho tam giác ABC vuông cân tại A .

Câu V.b. Theo chương trình THPT phân ban thí điểm (2 điểm)

1. Giải phương trình: $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - 2\sqrt{2} = 0$.

2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Gọi E là điểm đối xứng của D qua trung điểm của SA , M là trung điểm của AE , N là trung điểm của BC . Chứng minh MN vuông góc với BD và tính (theo a) khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AC .

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: