

Câu I (2 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 9x + 1$ (1) với m là tham số.

- 1) Khảo sát hàm số (1) khi $m = 2$.
- 2) Tìm m để điểm uốn của đồ thị hàm số (1) thuộc đường thẳng $y = x + 1$.

Câu II (2 điểm)

1) Giải phương trình $(2 \cos x - 1)(2 \sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$.

2) Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 1 \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 1 - 3m. \end{cases}$

Câu III (3 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có các đỉnh $A(-1; 0); B(4; 0); C(0; m)$ với $m \neq 0$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC theo m . Xác định m để tam giác GAB vuông tại G.

2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$. Biết $A(a; 0; 0)$, $B(-a; 0; 0), C(0; 1; 0), B_1(-a; 0; b), a > 0, b > 0$.

a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng B_1C và AC_1 theo a, b .

b) Cho a, b thay đổi, nhưng luôn thỏa mãn $a + b = 4$. Tìm a, b để khoảng cách giữa hai đường thẳng B_1C và AC_1 lớn nhất.

3) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho ba điểm $A(2; 0; 1), B(1; 0; 0), C(1; 1; 1)$ và mặt phẳng (P): $x + y + z - 2 = 0$. Viết phương trình mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (P).

Câu IV (2 điểm)

1) Tính tích phân $I = \int_2^3 \ln(x^2 - x) dx$.

2) Tìm các số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ với $x > 0$.

Câu V (1 điểm)

Chứng minh rằng phương trình sau có đúng một nghiệm

$$x^5 - x^2 - 2x - 1 = 0.$$

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....