BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

....

ĐỀ CHÍNH THỨC

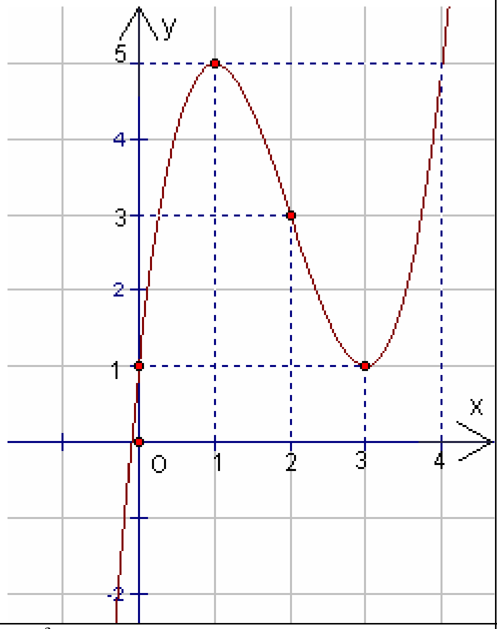
ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM

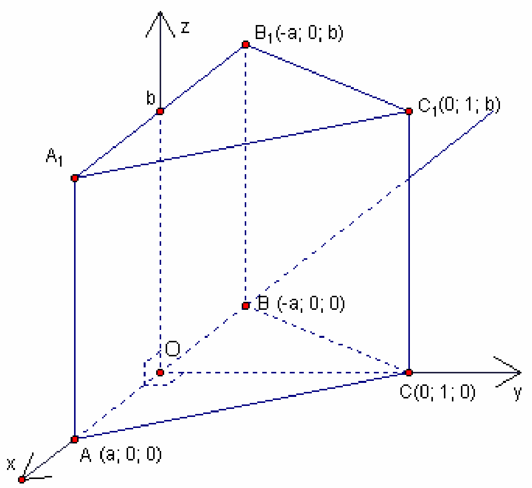
ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2004

....

Môn: TOÁN, Khối D

(Đáp án - thang điểm có 4 trang)

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Ý</th><th>Nội dung</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td>I</td><td></td><td></td><td>2,0</td></tr>
<tr><td></td><td>1</td><td>Khảo sát hàm số (1,0 điểm)</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>$m = 2 \Rightarrow y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$.
a) Tập xác định: R .
b) Sự biến thiên:
$y' = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x^2 - 4x + 3)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1,\ x = 3$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>$y_{CĐ} = y(1) = 5$, $y_{CT} = y(3) = 1$. $y'' = 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 3$. Đồ thị hàm số lồi trên khoảng $(-\infty;\ 2)$, lõm trên khoảng $(2; +\infty)$ và có điểm uốn là $U(2;3)$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Bảng biến thiên:
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>3</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>−</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>↗</td><td>5</td><td>↘</td><td>1</td><td>↗</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table></td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>c) Đồ thị:
Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm (0; 1).

</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>2</td><td>Tìm m để điểm uốn của đồ thị hàm số ...(1,0 điểm)</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>$y = x^3 - 3mx^2 + 9x + 1$ (1); $y' = 3x^2 - 6mx + 9$; $y'' = 6x - 6m$.
$y'' = 0 \Leftrightarrow x = m \Rightarrow y = -2m^3 + 9m + 1$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>y'' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua x = m, nên điểm uốn của đồ thị hàm số (1) là $I(m;\ -2m^3 + 9m + 1)$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>I thuộc đường thẳng $y = x + 1 \Leftrightarrow -2m^3 + 9m + 1 = m + 1$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>$\Leftrightarrow 2m(4 - m^2) = 0 \Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = \pm 2$.</td><td>0,25</td></tr>
</table>

II			**2,0**
	1	*Giải phương trình (1,0 điểm)*	
		$(2\cos x - 1)(2\sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$ $\Leftrightarrow (2\cos x - 1)(\sin x + \cos x) = 0.$	0,25
		• $2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.	0,25
		• $\sin x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \mathrm{tg}x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.	0,25
		Vậy phương trình có nghiệm là: $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$ và $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.	0,25
	2	*Tìm m để hệ phương trình có nghiệm (1,0 điểm)*	
		Đặt: $u = \sqrt{x}, v = \sqrt{y}, u \geq 0, v \geq 0$. Hệ đã cho trở thành: $\begin{cases} u + v = 1 \\ u^3 + v^3 = 1 - 3m \end{cases}$ (*)	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} u + v = 1 \\ uv = m \end{cases} \Leftrightarrow$ u, v là hai nghiệm của phương trình: $t^2 - t + m = 0$ (**).	0,25
		Hệ đã cho có nghiệm (x; y) $\Leftrightarrow$ Hệ (*) có nghiệm $u \geq 0, v \geq 0 \Leftrightarrow$ Phương trình (**) có hai nghiệm t không âm.	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 1 - 4m \geq 0 \\ S = 1 \geq 0 \\ P = m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{1}{4}.$	0,25
III			**3,0**
	1	*Tính toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC và tìm m... (1,0 điểm)*	
		Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ: $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1;\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{m}{3}$. Vậy $G(1; \frac{m}{3})$.	0,25
		Tam giác ABC vuông góc tại G $\Leftrightarrow \overrightarrow{GA}.\overrightarrow{GB} = 0$.	0,25
		$\overrightarrow{GA}(-2; -\frac{m}{3}), \overrightarrow{GB}(3; -\frac{m}{3})$.	0,25
		$\overrightarrow{GA}.\overrightarrow{GB} = 0 \Leftrightarrow -6 + \frac{m^2}{9} = 0 \Leftrightarrow m = \pm 3\sqrt{6}$.	0,25
	2	*Tính khoảng cách giữa B_1C và AC_1,... (1,0 điểm)*	
		a) Từ giả thiết suy ra: $C_1(0; 1; b), \overrightarrow{B_1C} = (a; 1; -b)$ $\overrightarrow{AC_1} = (-a; 1; b), \overrightarrow{AB_1} = (-2a; 0; b)$  	0,25

		$d\left(B_1C,\ AC_1\right) = \dfrac{\left\lvert \left[\overrightarrow{B_1C},\ \overrightarrow{AC_1}\right] \overrightarrow{AB_1} \right\rvert}{\left\lvert \left[\overrightarrow{B_1C},\ \overrightarrow{AC_1}\right] \right\rvert} = \dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$.	0,25
		b) Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có: $d(B_1C;AC_1) = \dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}} \le \dfrac{ab}{\sqrt{2ab}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{ab} \le \dfrac{1}{\sqrt{2}}\dfrac{a+b}{2} = \sqrt{2}$.	0,25
		Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi a = b = 2. Vậy khoảng cách giữa B_1C và AC_1 lớn nhất bằng $\sqrt{2}$ khi a = b = 2.	0,25
	3	*Viết phương trình mặt cầu (1,0 điểm)*	
		I(x; y; z) là tâm mặt cầu cần tìm ⇔ I ∈ (P) và IA = IB = IC . Ta có: $IA^2 = (x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2$; $IB^2 = (x-1)^2 + y^2 + z^2$; $IC^2 = (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2$.	0,25
		Suy ra hệ phương trình: $\begin{cases} x+y+z-2=0 \\ IA^2 = IB^2 \\ IB^2 = IC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=2 \\ x+z=2 \\ y+z=1 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow x = z = 1;\ y = 0.$	0,25
		$R = IA = 1 \Rightarrow$ Phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$.	0,25
IV			**2,0**
	1	*Tính tích phân (1,0 điểm)*	
		$I = \int_2^3 \ln(x^2-x)\,dx$. Đặt $\begin{cases} u = \ln(x^2-x) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \dfrac{2x-1}{x^2-x}dx \\ v = x \end{cases}$.	0,25
		$I = x\ln(x^2-x)\Big\rvert_2^3 - \int_2^3 \dfrac{2x-1}{x-1}dx = 3\ln 6 - 2\ln 2 - \int_2^3 \left(2 + \dfrac{1}{x-1}\right)dx$	0,25
		$= 3\ln 6 - 2\ln 2 - \left(2x + \ln\lvert x-1\rvert\right)\Big\rvert_2^3$.	0,25
		$I = 3\ln 6 - 2\ln 2 - 2 - \ln 2 = 3\ln 3 - 2$.	0,25
	2	*Tìm số hạng không chứa x... (1, 0 điểm)*	
		Ta có: $\left(\sqrt[3]{x} + \dfrac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7 = \sum_{k=0}^{7} C_7^k \left(\sqrt[3]{x}\right)^{7-k} \left(\dfrac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^k$	0,25
		$= \sum_{k=0}^{7} C_7^k x^{\frac{7-k}{3}} x^{\frac{-k}{4}} = \sum_{k=0}^{7} C_7^k x^{\frac{28-7k}{12}}$.	0,25
		Số hạng không chứa x là số hạng tương ứng với k $(k \in Z,\ 0 \le k \le 7)$ thoả mãn: $\dfrac{28-7k}{12} = 0 \Leftrightarrow k = 4$.	0,25
		Số hạng không chứa x cần tìm là $C_7^4 = 35$.	0,25

V		*Chứng minh phương trình có nghiệm duy nhất*	**1,0**
		$x^5 - x^2 - 2x - 1 = 0$ (1) . (1) $\Leftrightarrow x^5 = (x + 1)^2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \Rightarrow (x + 1)^2 \geq 1 \Rightarrow x^5 \geq 1 \Rightarrow x \geq 1$.	0,25
		Với $x \geq 1$: Xét hàm số $f(x) = x^5 - x^2 - 2x - 1$. Khi đó f(x) là hàm số liên tục với mọi $x \geq 1$. Ta có: $f(1) = -3 < 0$, $f(2) = 23 > 0$. Suy ra f(x) = 0 có nghiệm thuộc (1; 2). (2)	0,25
		$f'(x) = 5x^4 - 2x - 2 = (2x^4 - 2x) + (2x^4 - 2) + x^4$. $= 2x(x^3 - 1) + 2(x^4 - 1) + x^4 > 0, \forall x \geq 1$.	0,25
		Suy ra f(x) đồng biến trên $[1; +\infty)$ (3). Từ (1), (2), (3) suy ra phương trình đã cho có đúng một nghiệm.	0,25