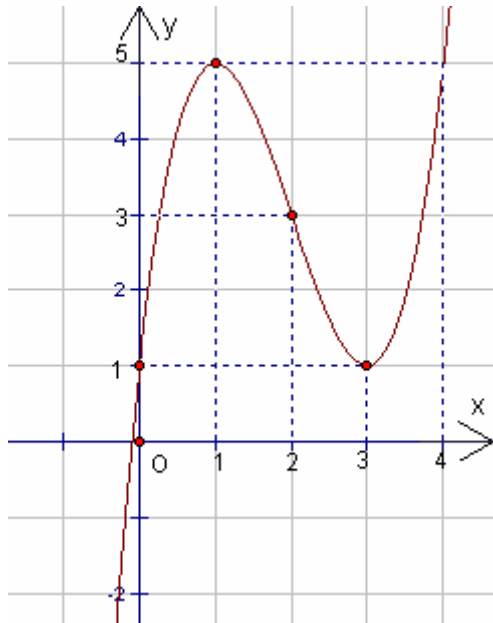


ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN, Khối D
 (Đáp án - thang điểm có 4 trang)

Câu	Ý	Nội dung	Điểm															
I			2,0															
1		<p>Khảo sát hàm số (1,0 điểm)</p> <p>$m = 2 \Rightarrow y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$.</p> <p>a) Tập xác định: \mathbb{R}.</p> <p>b) Sự biến thiên: $y' = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x^2 - 4x + 3)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = 3$.</p> <p>$y_{CD} = y(1) = 5$, $y_{CT} = y(3) = 1$. $y'' = 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 3$. Đồ thị hàm số lõm trên khoảng $(-\infty; 2)$, lồi trên khoảng $(2; +\infty)$ và có điểm uốn là $U(2; 3)$.</p> <p>Bảng biến thiên:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">5</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	0,25
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$														
y'	$+$	0	$-$	0														
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$														
			0,25															
		<p>c) Đồ thị: Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $(0; 1)$.</p> 	0,25															
2		<p>Tìm m để điểm uốn của đồ thị hàm số ... (1,0 điểm)</p> <p>$y = x^3 - 3mx^2 + 9x + 1$ (1); $y' = 3x^2 - 6mx + 9$; $y'' = 6x - 6m$.</p> <p>$y'' = 0 \Leftrightarrow x = m \Rightarrow y = -2m^3 + 9m + 1$.</p> <p>$y''$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x = m$, nên điểm uốn của đồ thị hàm số (1) là $I(m; -2m^3 + 9m + 1)$.</p> <p>I thuộc đường thẳng $y = x + 1 \Leftrightarrow -2m^3 + 9m + 1 = m + 1$</p> <p>$\Leftrightarrow 2m(4 - m^2) = 0 \Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = \pm 2$.</p>	0,25															
			0,25															
			0,25															
			0,25															

II			2,0
	1	<i>Giải phương trình (1,0 điểm)</i>	
		$(2\cos x - 1)(2\sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$ $\Leftrightarrow (2\cos x - 1)(\sin x + \cos x) = 0.$	0,25
		<ul style="list-style-type: none"> $2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$ 	0,25
		<ul style="list-style-type: none"> $\sin x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \operatorname{tg} x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ 	0,25
		Vậy phương trình có nghiệm là: $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ và $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$	0,25
	2	<i>Tìm m để hệ phương trình có nghiệm (1,0 điểm)</i>	
		Đặt: $u = \sqrt{x}, v = \sqrt{y}, u \geq 0, v \geq 0.$ Hệ đã cho trở thành: $\begin{cases} u + v = 1 \\ u^3 + v^3 = 1 - 3m \end{cases} (*)$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} u + v = 1 \\ uv = m \end{cases} \Leftrightarrow u, v$ là hai nghiệm của phương trình: $t^2 - t + m = 0 (**).$	0,25
		Hệ đã cho có nghiệm $(x; y) \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có nghiệm $u \geq 0, v \geq 0 \Leftrightarrow$ Phương trình $(**)$ có hai nghiệm t không âm.	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 1 - 4m \geq 0 \\ S = 1 \geq 0 \\ P = m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{1}{4}.$	0,25
III			3,0
	1	<i>Tính tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC và tìm m... (1,0 điểm)</i>	
		Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ: $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1; y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{m}{3}.$ Vậy $G(1; \frac{m}{3}).$	0,25
		Tam giác ABC vuông góc tại G $\Leftrightarrow \overline{GA} \cdot \overline{GB} = 0.$	0,25
		$\overline{GA}(-2; -\frac{m}{3}), \overline{GB}(3; -\frac{m}{3}).$	0,25
		$\overline{GA} \cdot \overline{GB} = 0 \Leftrightarrow -6 + \frac{m^2}{9} = 0 \Leftrightarrow m = \pm 3\sqrt{6}.$	0,25
	2	<i>Tính khoảng cách giữa B_1C và AC_1, \dots (1,0 điểm)</i>	
		a) Từ giả thiết suy ra: $C_1(0; 1; b), \overline{B_1C} = (a; 1; -b)$ $\overline{AC_1} = (-a; 1; b), \overline{AB_1} = (-2a; 0; b)$	
			0,25

		$d(B_1C, AC_1) = \frac{ \overline{[B_1C, AC_1]} \overline{AB_1} }{ \overline{[B_1C, AC_1]} } = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$	0,25
		b) Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có: $d(B_1C; AC_1) = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \leq \frac{ab}{\sqrt{2ab}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{ab} \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{a+b}{2} = \sqrt{2}.$	0,25
		Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a = b = 2$. Vậy khoảng cách giữa B_1C và AC_1 lớn nhất bằng $\sqrt{2}$ khi $a = b = 2$.	0,25
3		<i>Viết phương trình mặt cầu (1,0 điểm)</i>	
		$I(x; y; z)$ là tâm mặt cầu cần tìm $\Leftrightarrow I \in (P)$ và $IA = IB = IC$. Ta có: $IA^2 = (x - 2)^2 + y^2 + (z - 1)^2$; $IB^2 = (x - 1)^2 + y^2 + z^2$; $IC^2 = (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2$.	0,25
		Suy ra hệ phương trình: $\begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ IA^2 = IB^2 \\ IB^2 = IC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + z = 2 \\ y + z = 1 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow x = z = 1; y = 0.$	0,25
		$R = IA = 1 \Rightarrow$ Phương trình mặt cầu là $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1.$	0,25
IV			2,0
1		<i>Tính tích phân (1,0 điểm)</i>	
		$I = \int_2^3 \ln(x^2 - x) dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = \ln(x^2 - x) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2x-1}{x^2-x} dx \\ v = x \end{cases}.$	0,25
		$I = x \ln(x^2 - x) \Big _2^3 - \int_2^3 \frac{2x-1}{x-1} dx = 3 \ln 6 - 2 \ln 2 - \int_2^3 \left(2 + \frac{1}{x-1} \right) dx$	0,25
		$= 3 \ln 6 - 2 \ln 2 - (2x + \ln x-1) \Big _2^3.$	0,25
		$I = 3 \ln 6 - 2 \ln 2 - 2 - \ln 2 = 3 \ln 3 - 2.$	0,25
2		<i>Tìm số hạng không chứa x... (1, 0 điểm)</i>	
		Ta có: $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}} \right)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k (\sqrt[3]{x})^{7-k} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}} \right)^k$	0,25
		$= \sum_{k=0}^7 C_7^k x^{\frac{7-k}{3} - \frac{k}{4}} = \sum_{k=0}^7 C_7^k x^{\frac{28-7k}{12}}.$	0,25
		Số hạng không chứa x là số hạng tương ứng với k ($k \in \mathbb{Z}, 0 \leq k \leq 7$) thỏa mãn: $\frac{28-7k}{12} = 0 \Leftrightarrow k = 4.$	0,25
		Số hạng không chứa x cần tìm là $C_7^4 = 35.$	0,25

V	Chứng minh phương trình có nghiệm duy nhất	1,0
	$x^5 - x^2 - 2x - 1 = 0$ (1) . $(1) \Leftrightarrow x^5 = (x + 1)^2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \Rightarrow (x + 1)^2 \geq 1 \Rightarrow x^5 \geq 1 \Rightarrow x \geq 1$.	0,25
	Với $x \geq 1$: Xét hàm số $f(x) = x^5 - x^2 - 2x - 1$. Khi đó $f(x)$ là hàm số liên tục với mọi $x \geq 1$. Ta có: $f(1) = -3 < 0$, $f(2) = 23 > 0$. Suy ra $f(x) = 0$ có nghiệm thuộc $(1; 2)$. (2)	0,25
	$f'(x) = 5x^4 - 2x - 2 = (2x^4 - 2x) + (2x^4 - 2) + x^4$. $= 2x(x^3 - 1) + 2(x^4 - 1) + x^4 > 0, \forall x \geq 1$.	0,25
	Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ (3). Từ (1), (2), (3) suy ra phương trình đã cho có đúng một nghiệm.	0,25